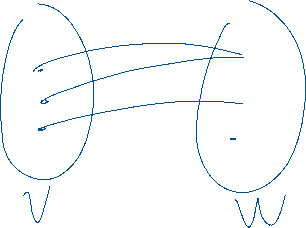
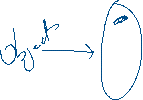
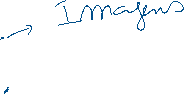
# Aula 24- Aplicações Lineares



|  |
| --- |
| **Definição** Sejam *V* e *W* dois espaços vetoriais reais. Uma aplicação  é chamada de **aplicação linear** ou **homomorfismo** de *V em* W se são satisfeitas as duas condições seguintes:   * (Aditividade); * (Homogeneidade).   ou, equivalente, se satisfaz a seguinte condição: |

**Exemplos de aplicações lineares**



1. tal que .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |



1. tal que .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  | |

1. Uma empresa produz dois produtos, A e B. Seja  a matriz de “custo unitário”, que descreve o custo por euro de cada output:.

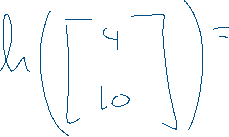






Seja  o vetor de “produção”, correspondendo a  euros de A e a  euros de B.

A aplicação linear  tal que  permite determinar os gastos em materiais na produção de  euros de A e a  euros de B.



|  |
| --- |
| **Teorema**  Seja uma aplicação linear. Então   1. ; 2. ; 3. ; 4. Se subespaço vetorial de , então é subespaço vetorial de ; 5. Se subespaço vetorial de W, então é subespaço vetorial de com |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ; |  |  |
|  |  |  |

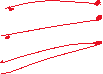
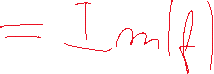
## Núcleo e Imagem de uma aplicação linear

|  |
| --- |
| **Definição**  Seja uma aplicação linear. Define-se   1. **Imagem de f:** para algum ; 2. **Núcleo de f:** |

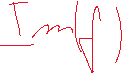
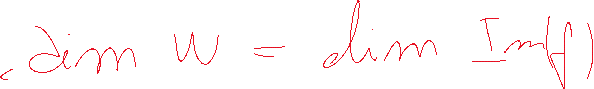
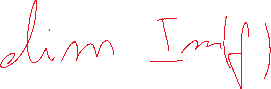
|  |  |
| --- | --- |
| **núcleo de** | **imagem de** |
|  |  |

|  |
| --- |
| **Teorema**  Seja uma aplicação linear. Então a imagem de é um subespaço vetorial de e o núcleo de é um subespaço vetorial de . |

**Uma aplicação linear é SOBREJETIVA se**



Mas  subespaço de W, quando são iguais?



**Exercício**

Determinar:

1. O núcleo, e a sua dimensão.
2. A imagem e a sua dimensão.
3.  tal que .



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Dimensão** | **Injetiva/sobrejetiva** |
| **núcleo de** |  |  |  |
| **imagem de** |  |  |  |

1.  tal que 



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Dimensão** | **Injetiva/sobrejetiva** |
| **núcleo de** |  |  |  |
| **imagem de** |  |  |  |

1.  tal que 



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Dimensão** | **Injetiva/sobrejetiva** |
| **núcleo de** |  |  |  |
| **imagem de** |  |  |  |

|  |
| --- |
| **Teorema** Sejam V e W espaços vetoriais de dimensão finita a uma aplicação linear  Então |

* 



*  então 

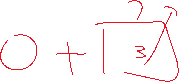


|  |
| --- |
| **Teorema** Sejam V e W espaços vetoriais. Uma aplicação linear  é injetiva se e só se ou seja |

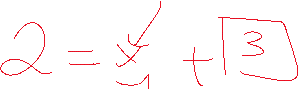
**Exercício**

Diga se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas justifique:

1. Existe uma aplicação linear  3 →  3 injetiva e não sobrejetiva.



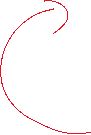
1. Existe uma aplicação linear  2 →  3 sobrejetiva.



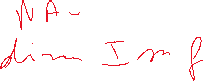
1. Existe uma aplicação linear  3 →  3 não injetiva e sobrejetiva.



1. Existe uma aplicação linear  3 →  2 injetiva.



1. Existe uma aplicação linear  3 →  2 bijetiva.
2. Toda a aplicação linear  3 → é sobrejetiva.



1. Toda a aplicação linear →  2 é injetiva.



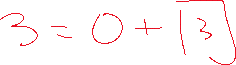
1. O vetor nulo pode não pertencer ao núcleo de uma aplicação linear.



1. O vetor nulo pertence sempre à imagem de uma aplicação linear.



1. Se uma aplicação linear  3 →  3 é injetiva, então também é sobrejetiva.



1. Se uma aplicação linear  3 →  3 é sobrejetiva, então também é injetiva.



**Exercício**

Para cada uma das aplicações lineares, determinar:

1. O núcleo e a sua dimensão.
2. A imagem e a sua dimensão.
3. A injetividade e sobrejetividade.

 tal que ;

 tal que ;

 tal que 